

4. FUNKCJA KWADRATOWA - zadania

Zad.4.1. Oblicz miejsca zerowe i wierzchołek funkcji :

a) $y = 2x^2 - x - 1$ b) $y = -x^2 - 4$ c) $y = 4x^2 - 4x + 1$

Zad.4.2. Przedstaw funkcję $y = 4x^2 - 5x - 2$ w postaci kanonicznej.

Zad.4.3. Podaj współrzędne wierzchołka paraboli:

a) $y = (x - 3)^2 + 4$ b) $y = 2(x + 4)^2$ c) $y = -x^2 - 6$

Zad.4.4. Napisz równanie paraboli, do której należy punkt $A = (2, 6)$ i ma wierzchołek $W = (5, -6)$.

Zad.4.5. Przedstaw funkcje w postaci iloczynowej:

a) $y = x^2 - 3x - 4$ b) $y = -x^2 + 2x - 1$ c) $y = x^2 - 4$ d) $y = 2x^2 + x$
e) $y = x^2 + 4$

Zad.4.6. Podaj pierwiastki funkcji kwadratowej:

a) $y = 2(x - 2)(x + 5)$ b) $y = -x(x + 6)$ c) $y = 3(x - 2)^2$

Zad.4.7. Napisz wzór funkcji kwadratowej, do wykresu której należy punkt $A = (-1, 2)$ i która ma dwa miejsca zerowe $x_1 = 3; x_2 = -2$.

Zad.4.8. Oblicz współrzędne punktów przecięcia paraboli z osiami układu współrzędnych:

a) $y = x^2 + 6x + 10$ b) $y = -x^2 + 6x - 9$ c) $y = x^2 - 4$

Zad.4.9. Narysuj wykres funkcji :

a) $y = x^2 + 4x + 4$ b) $y = -x^2 + 3x$ c) $y = x^2 + 2x + 3$

Zad.4.10. Wyznacz najmniejszą i największą wartość funkcji $y = x^2 - 6x + 3$ w przedziałach

a) $\langle 0, 4 \rangle$ b) $\langle 4, 5 \rangle$

Zad.4.11. Rozwiąż równania:

a) $(-x - 3)^2 - 40x = (-x + 9)^2 - (-x - 8)^2$

b) $(x - 5)^2 = (x + 5)(x - 4)$

c) $x^2 + 2x + 1 = (x + 1)^2$

d) $(2x - 4)^2 = (x + 6)^2 + 4(x - 3)^2 - 4x$

e) $\sqrt{2}x^2 + x - 3\sqrt{2} = 0$

f) $x^2 - 8x + 16 = 0$

Zad.4.12. Rozwiąż nierówności;

a) $x^2 + x > 0$

b) $x^2 - 3x \geq 2(x - 1)^2 - 4$

c) $x^2 - 2x + 1 \leq 0$

d) $x^2 + 4x + 4 > 0$

e) $-x^2 < 1$

Zad.4.13. Dane są funkcje $f(x) = 2x^2 + 6x + c$ i $g(x) = -x^2 + bx - 25$. Funkcja f ma jedno miejsce zerowe, zaś funkcja g osiąga największą wartość dla argumentu 5.

a) Oblicz współczynniki b i c .

b) Rozwiąż nierówność $f(-x) + 4g(x) \geq 0$.

Zad.4.14. Znajdź liczby a i b wiedząc, że suma liczby a i potrojonej liczby b wynosi 36, a iloczyn liczb a i b jest największy z możliwych.

Zad.4.15. Supermarket sprzedają jabłka w cenie 3 zł za kilogram, dziennie sprzedawał 400 kg. Zauważono, że przy obniżce ceny o każde 10 gr sprzedaż rośnie o 100 kg. Supermarket kupuje jabłka od sadownika po 1,20 zł za kilogram, a inne koszty przypadające na 1 kg jabłek wynoszą 20 gr. Przy jakiej cenie jabłek dzienna sprzedaż przyniesie największy zysk?

ODPOWIEDZI:

Zad.4.1. a) $x_1 = -\frac{1}{2}; x_2 = 1; W = \left(\frac{1}{4}, -1\frac{1}{8}\right)$ b) brak miejsc zerowych; $W = (0, -4)$

c) $x_0 = \frac{1}{2}; W = \left(\frac{1}{2}, 0\right)$

Zad.4.2. $y = 4\left(x - \frac{5}{8}\right)^2 - \frac{57}{16}$

Zad.4.3. a) $W = (3, 4)$ b) $W = (-4, 0)$ c) $W = (0, -6)$

Zad.4.4. $y = \frac{4}{3}x^2 - \frac{40}{3}x + \frac{82}{3}$

Zad.4.5. a) $y = (x+1)(x-4)$ b) $y = -(x-1)^2$ c) $y = (x-2)(x+2)$

d) $y = x(2x+1)$ e) nie ma postaci iloczynowej

Zad.4.6. a) $x_1 = 2; x_2 = -5$ b) $x_1 = 0; x_2 = -6$ c) $x_0 = 2$

Zad.4.7. $y = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x + 3$

Zad.4.8. a) z osią OX: brak z osią OY: $(0, 10)$

b) z osią OX: $(3, 0)$ z osią OY: $(0, -9)$

c) z osią OX: $(2, 0); (-2, 0)$ z osią OY: $(0, -4)$

Zad.4.10. a) wartość najmniejsza: -6 wartość największa: 3
b) wartość najmniejsza: -5 wartość największa: -2

Zad.4.11. a) $x_1 = 2\sqrt{19}; x_2 = -2\sqrt{19}$ b) $x = \frac{45}{11}$ c) $x \in R$ d) $x \in \emptyset$

e) $x_1 = -\frac{3\sqrt{2}}{2}; x_2 = \sqrt{2}$ f) $x_0 = 4$

Zad.4.12. a) $x \in (-\infty, -1) \cup (0, +\infty)$ b) $x \in \langle -1, 2 \rangle$ c) $x \in \{1\}$

d) $x \in R \setminus \{-2\}$ e) $x \in R$

Zad.4.13. a) $b = 10; c = 4\frac{1}{2}$

b) $x \in \left\langle \frac{17-7\sqrt{2}}{2}, \frac{17+7\sqrt{2}}{2} \right\rangle$

Zad.4.14. $a = 18; b = 6$

Zad.4.15. 2zł 40gr